Corrente di spostamento

Incongruenze

Si rimedia trasformando la IV equazione di Maxwell

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{J} + \boldsymbol{J}_S) \qquad \boldsymbol{J}_S = \epsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

Il nuovo effetto fisico predetto è chiamato corrente di spostamento J_S perché appare quando si spostano cariche e quindi E'≠0. Equivalente integrale:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{s} = \mu_0 (I_{\text{conc}} + \epsilon_0 \dot{\Phi}_E)$$

5 equazioni fondamentali (+1)

$$\begin{cases} 1) & \nabla \cdot \boldsymbol{E} = \dfrac{\rho}{\epsilon_0} \\ 2) & \nabla \times \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \\ 3) & \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \\ 4) & \nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{J} + \mu_0 \epsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \end{cases} \qquad \boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

Implicano la 6a equazione, conservazione della carica elettrica. Che E ↔ B sono oggetti fisici che si generano a vicenda. Implicano la relatività

Esempi

Sfera carica in materiale con conducibilità σ: La corrente ha simmetria sferica: J_r = σE_r = σQ/4πε0r². Per simmetria sferica non può nascere alcun campo magnetico. Ed infatti J_r + ε0E'_r = (σ − ε_0/τ)E_r = 0 in quanto τ = ε_0/σ

In un conduttore generico con σ cte che si scarica come $e^{-t/\tau}$ con $\tau = \epsilon_0/\sigma$:

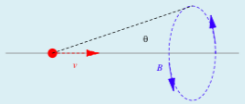
$$\boldsymbol{J} + \boldsymbol{J}_S = \sigma \boldsymbol{E} + \epsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = 0.$$

Carica q in moto con $v \ll c$. In prima approssimazione $\boldsymbol{E} \simeq q\boldsymbol{r}/4\pi\epsilon_0 r^3$. Genera

$$2\pi r B_\theta = \oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 q \frac{d}{dt} \frac{1 - \cos\theta(t)}{2} = \frac{\mu_0 q v r^2}{2(r^2 + (x - vt)^2)^{3/2}}$$

Riduzionismo: una fila di cariche riproduce il campo di una corrente $I = \lambda v$:

$$B_\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda\, dx\ \mu_0 v r}{4\pi[r^2 + (x - vt)^2]^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

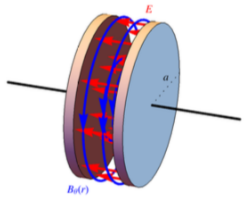


Condensatore con $Q(t)$ e.g. $Q_0 e^{-t/\tau}$ o $Q_0 \cos\omega t$.
La corrente di spostamento vale $J_s = \epsilon_0 \dot{E} = \dot{\sigma}$,

$$I_s = \Phi_{J_s} = S\epsilon_0 \dot{E} = S\dot{\sigma} = \dot{Q} = I.$$

Dentro i piatti J_s genera

$$B_\theta(r) = \frac{\pi r^2 \mu_0 J_s}{2\pi r} = \frac{\mu_0 r I}{2S} \qquad \text{per} \quad r < a.$$



Energia magnetica:

$$U_B = \int dV \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{d\mu_0 I^2}{16\pi}, \qquad U_E = V\frac{\epsilon_0 E^2}{2}, \qquad \frac{U_B}{U_E} = \frac{1}{8}\left(\frac{a}{c\tau}\right)^2 \qquad \tau \equiv \left|\frac{Q}{\dot{Q}}\right|.$$

L'energia magnetica è importante se Q varia significativamente nel tempo impiegato dalla luce ad attraversare l'apparato